EPFL

THERMODYNAMIQUE

PHYS-106 (b)

10. Introduction à la relativité restreinte

Jérémy Genoud

14.04.2025

SWISS PLASMA CENTER

Structure du cours

1. Introduction à la thermodynamique
2. Théorie cinétique des gaz
3. Gaz parfaits, gaz réels et gaz de Van der Waals
4. Transitions de phase
5. Le premier principe
6. Le second principe
7. Cycles et machines thermiques
8. Diffusion, transfert de chaleur
9. Systèmes ouverts, potentiel chimique
10. Introduction à la relativité restreinte

Structure chapitre 10

10.1. Introduction

10.1.1 Motivation

10.1.2 Référentiel d'inertie

10.2. Cinématique relativiste

10.2.1. Postulats de la relativité restreinte

10.2.2. Conséquences de ces postulats

10.2.3. Transformations de Lorentz

10.2.4. Transformations de Lorentz des vitesses

10.1. Introduction

10.1.1 Motivation

Tout ce que vous avez appris au premier semestre est faux !

Plus précisément, et moins provocateur, la théorie de la mécanique Newtonienne est incomplète. Elle permet de décrire le mouvement des corps sous l'effet de forces pour des vitesses faibles par rapport à la vitesse de la lumière.

La théorie de la relativité restreinte, formulée par Einstein en 1905, étend la mécanique newtonienne pour les cas où les vitesses deviennent proches de celles de la lumière.

La relativité générale, énoncée par Einstein en 1915, est une extension de la relativité restreinte. Elle décrit la gravité comme une déformation de l'espace-temps causée par la masse et plus généralement par l'énergie.

Dans ce cours, on se concentrera sur la relativité restreinte.

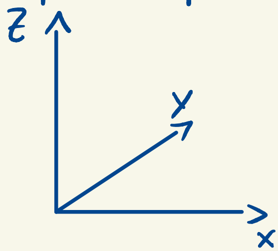
10.1.2 Référentiel d'inertie (rappels du 1er semestre)

- Référentiel : ensemble de N points ($N \geq 4$) non coplanaires, immobiles les uns par rapport aux autres, par rapport auquel on étudie le mouvement d'un système.

Exemple : - référentiel du laboratoire
- référentiel géocentrique
- référentiel héliocentrique
- référentiel du centre de masse

- Système de coordonnées ou repère : toute paramétrisation des points du référentiel au moyen de trois nombres réels (q_1, q_2, q_3)

Exemple : repère de coordonnées cartésiennes (x, y, z)
cylindriques (r, θ, z)
sphériques (r, θ, φ)



- Référentiel d'inertie : tout référentiel dans lequel le principe d'inertie est vérifié.

- Principe d'inertie : tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme, à moins qu'une force n'agisse sur lui et ne le contraigne à changer d'état.
  Ce principe est également appelé la première loi de Newton.

- La 2ème loi de Newton est valable dans un référentiel d'inertie ($\vec{F} = m\vec{a}$)

- Un référentiel en mouvement uniforme ($\vec{v} = cte$) par rapport à un référentiel inertiel est aussi inertiel.

- Un référentiel subissant une accélération n'est pas inertiel (accélération rectiligne, rotation, ...)
  $\Rightarrow$ il faut rajouter des forces d'inertie

10.2. Cinématique relativiste

Le développement de la théorie de l'électromagnétisme à la fin du 19ème siècle, qui décrit le comportement des charges électriques et des ondes électromagnétiques a bouleversé la physique classique.

Les lois de Newton ont été incapables d'expliquer certains phénomènes, comme celui de la vitesse de la lumière.

La relativité restreinte est une théorie permettant d'expliquer à la fois toute la mécanique classique, mais également l'électromagnétisme.

Elle repose sur deux principes (postulats).

10.2.1 Les deux postulats de la relativité restreinte

Premier postulat :

$\boxed{\text{Les lois de la physique sont les mêmes dans tous les référentiels inertiels.}}$

- Il n'y a pas de référentiels de préférence.
- On ne va plus parler d'objets qui se déplacent avec une certaine vitesse, mais plutôt avec une vitesse par rapport à un autre objet.

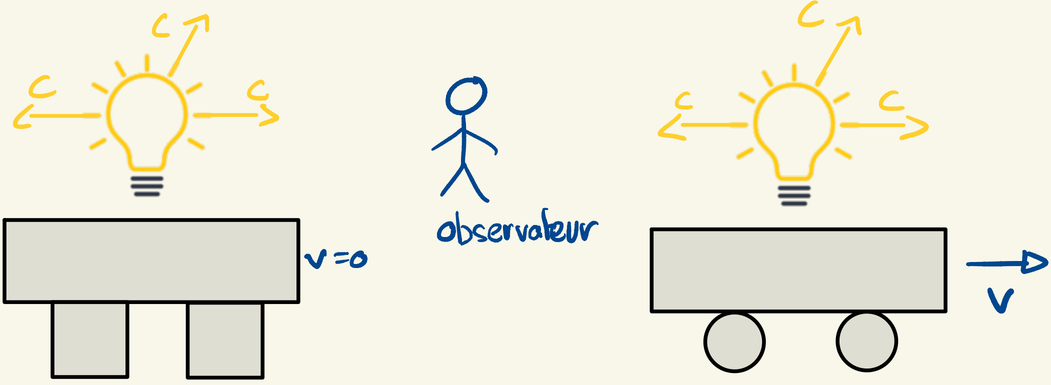
=> Il n'y a pas de référentiels absolus, le mouvement d'un référentiel n'est définit que par rapport à un autre référentiel ("relativité").

Deuxième postulat :

La lumière propage à travers le vide avec une vitesse c qui est indépendante de la vitesse de la source et de l'observateur.

- $c = 299\,792\,458 \ m\,s^{-1}$

  $c \approx 3 \cdot 10^{8} \ m\,s^{-1}$

- 

Pour l'obserateur, la vitesse de la lumière émise dans les deux situations est la même !

- Ce postulat a été vérifié de nombreuses fois. La première vérification a été faite par Michelson et Morley qui ont essayé de mesurer l'effet de la rotation de la Terre autour du Soleil ($v_T \sim 30$ km/s). Ils ont mesuré la vitesse à 6 mois d'intervalle. L'inversion de la vitesse de la Terre par rapport à un référentiel absolu immobile (éther luminifère, comme support à la propagation de la lumière), devrait avoir un effet mesurable sur la vitesse mesurée.

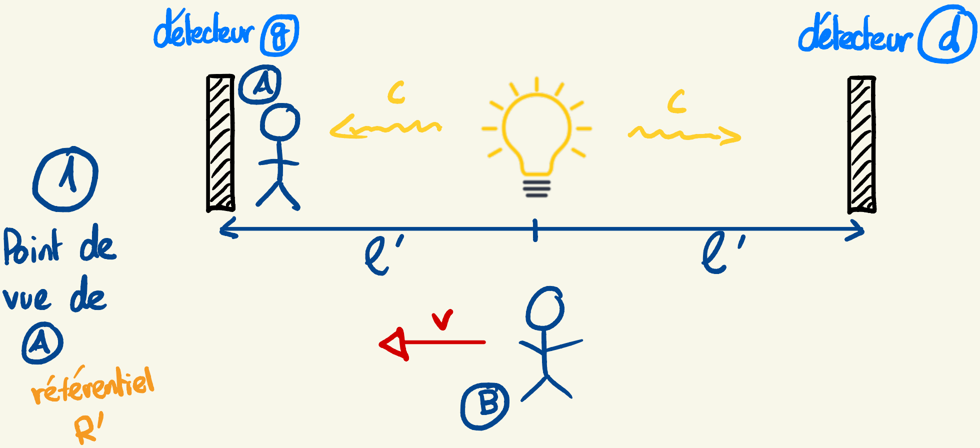
Les mesures ont à chaque fois donnés la même vitesse c. La notion d'éther et de référentiel absolu pour la propagation de la lumière est donc abandonnée.

10.2.2. Conséquences de ces postulats

10.2.2.1. Perte de simultanéité

Deux évènements sont simultanés s'ils arrivent au même temps.

Considérons un exemple :



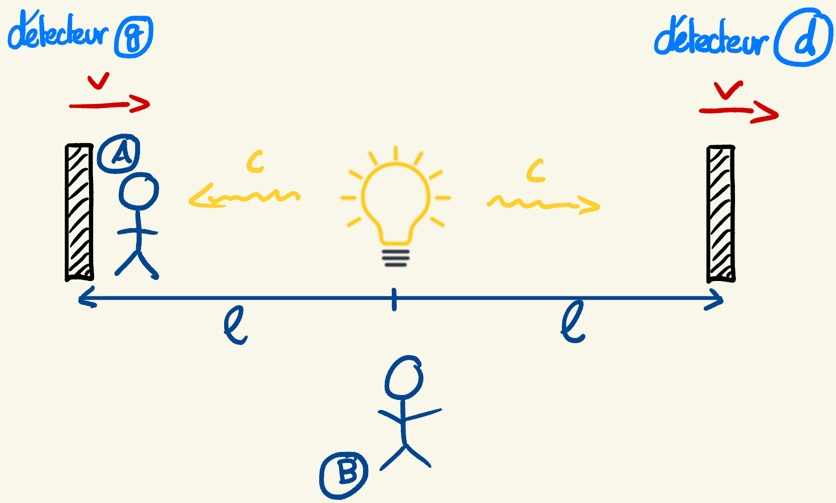
Du point de vue de A, la lumière atteint les deux détecteurs en même temps : $t' = \frac{\ell'}{c}$

Que se passe-t-il du point de vue de B, qui a une vitesse v par rapport à l'éxperience et par rapport à A. Du point de vue de B, c'est l'expérience qui a une vitesse opposée v.

2

Point de vue de B

référentiel R



Du point de vue de B (dans le référentiel de B), la lumière se propage dans les deux directions à la vitesse c (par rapport à B et non pas par rapport à la source de lumière dans le référentiel de B).

Du point de vue de Ⓑ, la vitesse relative entre la lumière et le détecteur gauche est $c+v$, tandis que celle entre la lumière et le détecteur droit est $c-v$. Pour Ⓑ, la lumière atteint le détecteur gauche en $t_g = \frac{\ell}{c+v}$ et le détecteur droit en $t_d = \frac{\ell}{c-v}$.

$\Rightarrow$ **La simultanéité d'un évènement dépend du référentiel dans lequel l'observation est faite.**

La simultanéité n'est pas un principe absolu.

Remarque : dans l'exemple précédent, nous avons noté les distances entre la source et le détecteur ℓ et ℓ', suivant le référentiel qu'on considérait pour l'observation.

On verra que $\ell \neq \ell'$ dans le chapitre 10.2.2.3.

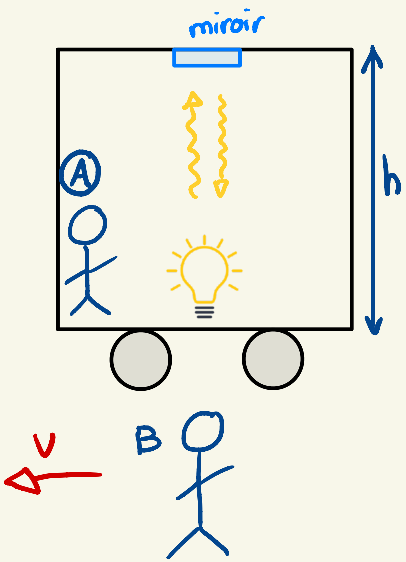
10.2.2.2. Dilatation du temps

Tout comme la simultanéité, le temps n'a pas une signification absolue !

Etudions à nouveau un exemple :

Ⓐ se trouve dans un train à vitesse v par rapport à l'observateur extérieur Ⓑ.

① point de vue de A
référentiel R'

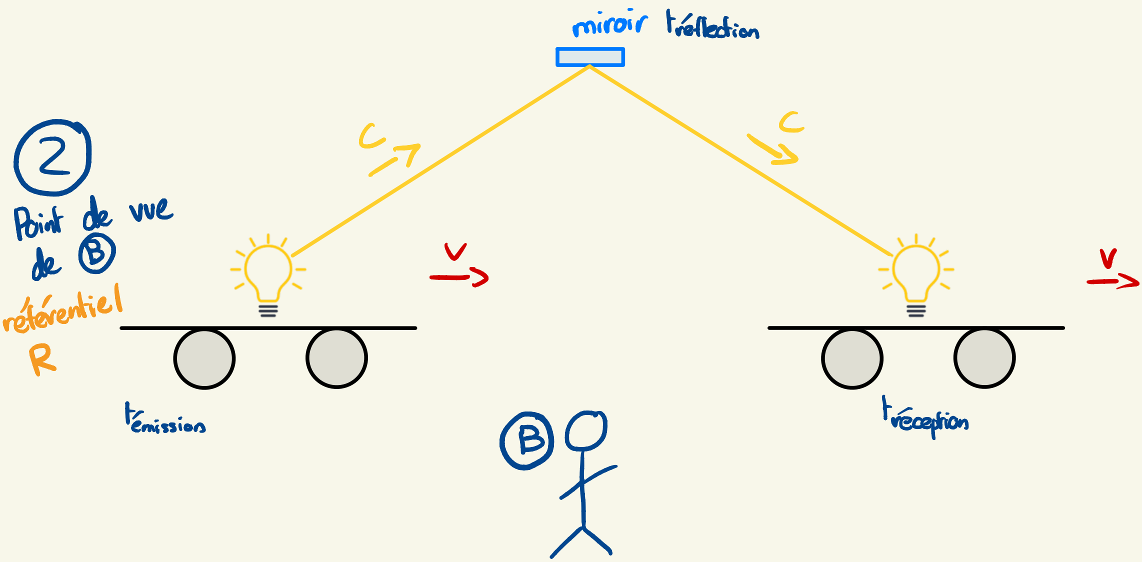


Dans le référentiel de Ⓐ, la lumière se propage à la vitesse c et parcours une distance 2h en un temps t_A

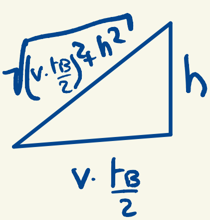
$$t'_A = \frac{2h}{c}$$

On appelle ce temps le temps propre, qui est mesuré entre deux évènements qui arrivent au même endrait.

Dans le référentiel de B, le train voyage à vitesse v. Pour lui, le trajet de la lumière est celui indiqué sur ce schéma :



Dans le référentiel de B, la lumière se propage à la vitesse c, mais doit parcourir une plus grande distance :



On a donc : $c\cdot\frac{t_B}{2} = \sqrt{\left(v\cdot\frac{t_B}{2}\right)^2+h^2}$

$$\Rightarrow \quad c^2 \frac{t_B^2}{4} = v^2 \frac{t_B^2}{4} + h^2$$

$$t_B^2 (c^2 - v^2) = 4h^2$$

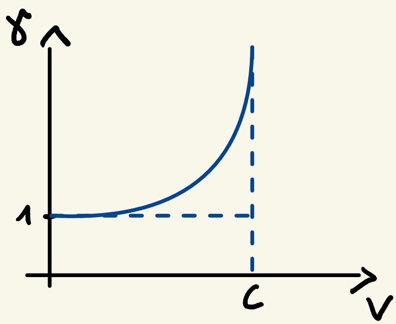
$$t_B = \frac{2h}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

Le temps que prends la lumière pour revenir à la source est donc $t_B = \dfrac{2h}{\sqrt{c^2-v^2}}$.

On a $\quad t'_A = \dfrac{2h}{c} \quad$ et $\quad t_B = \dfrac{2h}{\sqrt{c^2-v^2}}$

$$\Rightarrow \quad t'_A \neq t_B \quad \text{si} \quad v \neq 0$$

En définissant $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$, le facteur de Lorentz,



On peut écrire $\boxed{t_B = \gamma \, t'_A}$

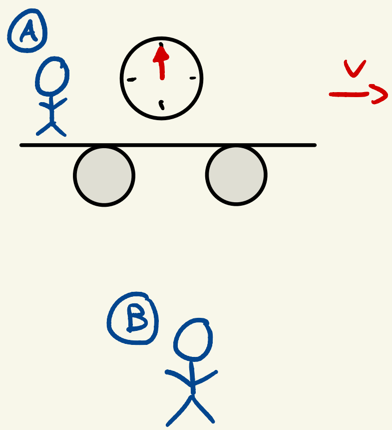
$t_B = \gamma \cdot$ temps propre

Comme $v < c \Rightarrow \gamma > 1$

[Le temps mesuré par (B) est plus long que celui mesuré par (A) !]

• Illustration :

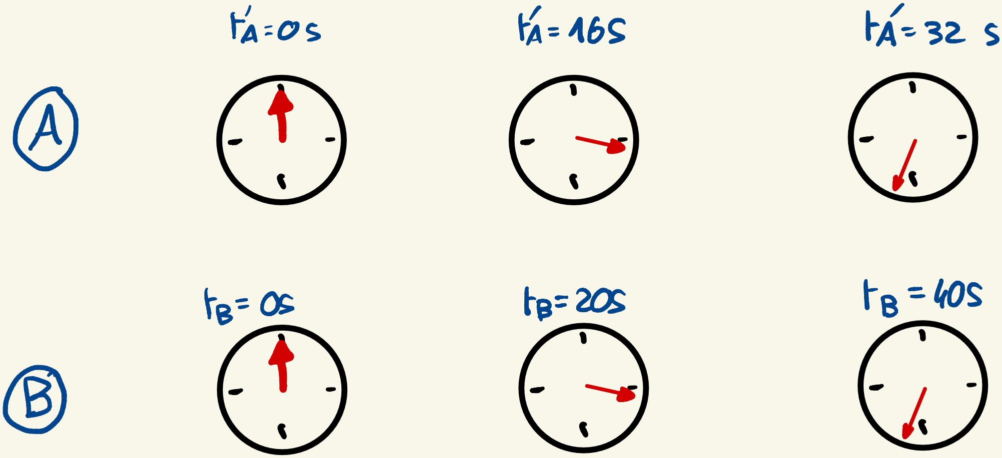
Soit une horloge dans le train se déplaçant avec une vitesse v par rapport à un observateur B.



Soit $v = \frac{3}{5}c \implies \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{5}{4}$

$\implies t_B = \frac{5}{4} t'_A$

L'horloge que B observe apparaît avancer plus lentement que pour l'observateur A. Si l'observateur A observe l'horloge après 16 s et 32 s, l'observateur B doit attendre respectivement 20 s et 40 s pour observer la même image :



Pour l'observateur B, l'horloge avance plus lentement.

- **Exemple pratique de la dilatation du temps**

Un pilote voyage en avion de Genève à Pékin
Le contrôleur aérien à Genève lui propose de comparer leurs montres avant et après le vol. Avant de partir, les 2 hommes synchronisent leurs montres. Quel est l'écart après le vol ?

La distance à vol d'oiseau entre Genève et Pékin est d'environ 8000 km. L'avion vol à environ 1000 km/h ($\sim 280\, m/s$).

Le temps de voyage mesuré par le contrôleur aérien est :

$$\Delta t = \frac{8 \cdot 10^6 \, m}{2{,}8 \cdot 10^2} \sim 2{,}9 \cdot 10^4 \, s$$

$$\sim 8 \text{ heures}$$

Le temps mesuré par le contrôleur aérien est lié au temps mesuré par le pilote :

$$\underbrace{\Delta t}_{\text{contrôleur}} = \gamma \underbrace{\Delta t_0'}_{\text{pilote}}$$

La différence de temps entre les deux montres est donc :

$$\Delta t - \Delta t_0' = \Delta t \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)$$

$$= \Delta t \left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)$$

Pour simplifier cette expression, on utilise le fait que $\underbrace{\frac{v}{c}}_{\varepsilon} \ll 1$

$$\sqrt{1-\varepsilon} = (1-\varepsilon)^{1/2} \approx 1 - \frac{1}{2}\varepsilon + \dots \qquad \text{pour } \varepsilon \ll 1$$

$$\Rightarrow \quad \Delta t - \Delta t_0 \approx \Delta t\left(1 - 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\Delta t$$

A.N. : $\Delta t - \Delta t_0 = \frac{1}{2}\,\frac{(2{,}8\cdot 10^2)^2}{(3\cdot 10^8)^2}\cdot 2{,}9\cdot 10^4 = 1{,}3\cdot 10^{-8}\,\text{s}$

Les deux montres ne sont plus synchrones. Elles ont une différence de ~ 13 ns !

10.2.2.3. Contraction des longueurs

Premièrement, définissons la longueur propre, comme la longueur mesurée d'un objet au repos par rapport à la personne qui mesure.

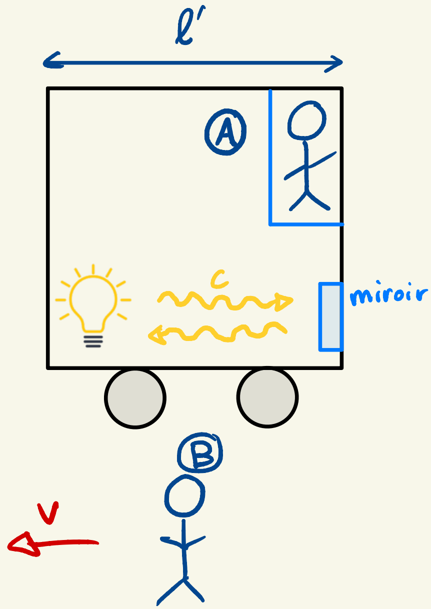
A l'aide à nouveau d'un exemple, on va montrer la notion de relativité des longueurs.

Considérons maintenant un train se déplaçant avec une vitesse v par rapport à un observateur extérieur.

On peut mesurer la longueur du train en mesurant le temps que met la lumière à parcourir le train (voir schéma).

1

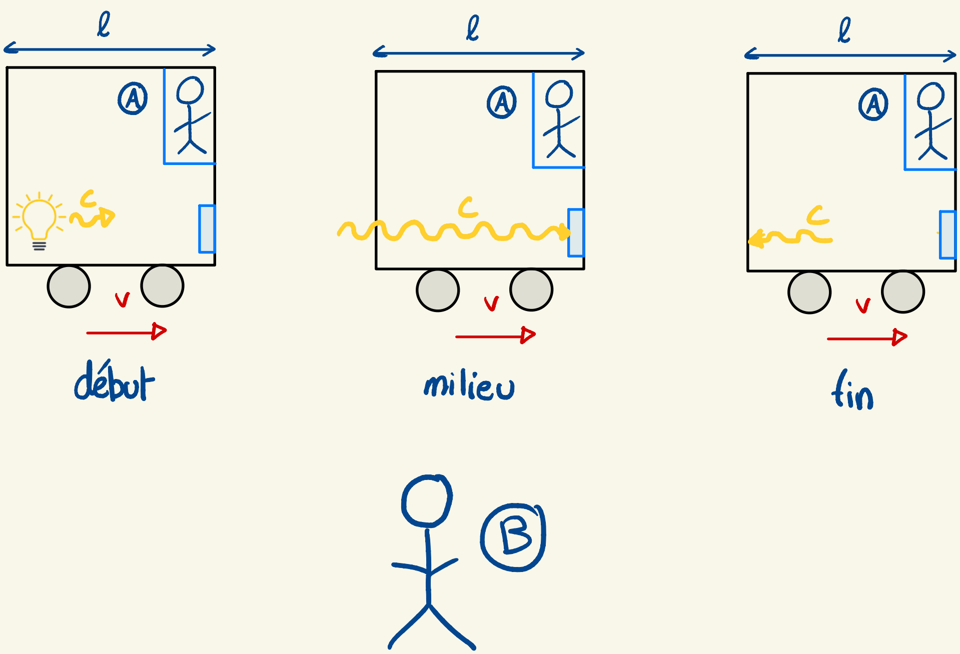
Point de vue de A



Dans le référentiel de A, on a simplement $t_A = \frac{2\ell'}{c}$

2

Point de vue de B



Notons ℓ la longueur du train mesurée par Ⓑ.

Du point de vue de Ⓑ, la vitesse relative entre la lumière et le miroir est $c-v$ avant la réflection et $c+v$ après la réflection. Le temps mesuré par Ⓑ pour le trajet de la lumière est :

$$t_B = \frac{\ell}{c-v} + \frac{\ell}{c+v}$$

$$= \frac{\ell(c+v) + \ell(c-v)}{c^2-v^2}$$

$$= \frac{2\ell c}{c^2-v^2}$$

ou $\quad t_B = \frac{2\ell}{c}\gamma^2$

La dilatation du temps permet d'écrire $t_B = \gamma t_A$

$$\Rightarrow \quad t_B = \frac{2\ell}{c}\gamma^2 = \gamma t_A = \frac{2\ell'}{c}\gamma$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\ell = \frac{\ell'}{\gamma}}$$

⚠ $\ell = \dfrac{\text{long. propre}}{\gamma}$

Comme $\gamma \geq 1$, la mesure ℓ de B est plus petite que la longueur propre ℓ' (mésurée par A).

Remarque : la contraction des longueurs se fait dans la direction parallèle au mouvement. Il n'y a pas de contraction des longueurs dans la direction perpendiculaire au mouvement.

Exemple : désintégration des muons dans l'atmosphère

Les muons sont des particules élémentaires dont la masse est environ 200 fois plus grande que celle d'un électron. Les muons sont crées lors de l'absorption des rayons cosmiques dans la couche la plus externe de l'atmosphère ($L \sim 50$ km)

Les muons créés ont une vitesse $v = 0{,}99998c$ et ont un temps de vie moyen $t_v = 2 \cdot 10^{-6}$ s. En considérant qu'ils ne subissent pas de collision avec d'autre particules, est-ce que ces particules atteignent la surface de la Terre ?

- Approche classique :

Avant de se désintégrer, les muons parcourent une distance $d = v \cdot t_v$

A.N. : $d = 0.99998 \cdot 3 \cdot 10^{8} \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 600$ m

D'après l'approche classique, les muons se désintègrent après 600m et n'atteignent pas la surface de la Terre.

En réalité, on détecte de grandes quantités de muons à la surface de la Terre.

- Approche relativiste :

On doit prendre en compte la dilatation du temps ou la contraction des longueurs (l'un implique l'autre).

– contraction des longueurs :

Dans le référentiel du muon, le muon est au repos et la Terre se rapproche avec une vitesse $v = 0{,}99998c$. Pour le muon, la distance qui le sépare de la Terre est

$$L_\mu = \frac{L}{\gamma}$$

Avec $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \approx 158$

A.N. : $L_\mu = 50 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{1 - 0{,}99998^2} \approx 316\,\text{m}$.

Comme la Terre peut se déplacer d'environ 600m durant le temps de vie du muon, le muon atteint bien la surface de la Terre avant de se désintégrer.

- Dilatation du temps :

On se place cette fois-ci dans le référentiel de la Terre. Le temps de vie du muon vu de la Terre $t_{v,T}$ est plus long que celui vu depuis le muon lui-même t_v

$$t_{v,T} = \gamma t_v$$

A.N. : $t_{v,T} = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}99998^2}} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \approx 3{,}2 \cdot 10^{-4} s$

La distance que parcourt le muon est donc :

$$\Delta x = v \cdot t_{v,T} = v \cdot \gamma t_v$$

A.N. : $\Delta x \approx 9{,}5 \cdot 10^4 \text{ m}$

$$\Delta x \approx 2 \cdot L$$

Le muon atteint bien la surface de la Terre.

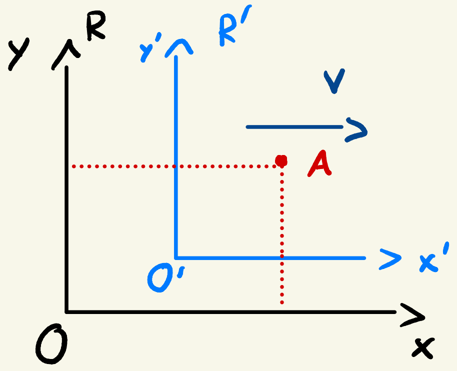
Les deux approches amènent au même résultat. Dans le référentiel du muon, c'est la contraction des longueurs qui explique que le muon atteint la surface de la Terre. Dans le référentiel de la Terre, c'est la dilatation du temps. Ces deux effets sont indissociables.

Expérimentalement, le flux de muon qui est prédit par la théorie de la relativité restreinte a été mesuré. C'est une des nombreuses preuves qui supporte cette théorie.

10.2.3. Les transformations de Lorentz

Rappel : transformations de Galilée

Soit deux systèmes de coordonnées attachés à des référentiels R et R'. Le repère R' a une vitesse v par rapport à R

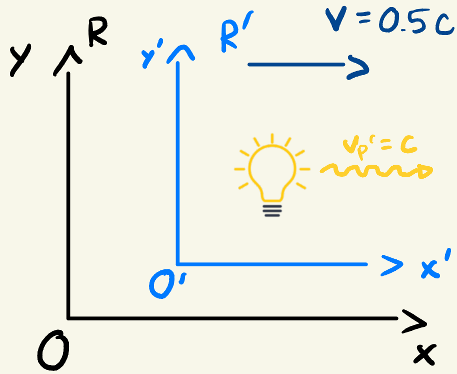


Pour passer d'un référentiel à l'autre, on applique les transformations de Galilée :

$$\begin{cases} x = x' + vt \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases} \quad \text{et en dérivant} \quad \begin{cases} v_x = v_x' + v \\ v_y = v_y' \\ v_z = v_z' \end{cases}$$

Ces transformations ne sont pas compatibles avec les postulats de la relativité restreinte.

Exp : Considérons le référentiel R' attaché à une fusée qui se déplace à $v = 0.5c$ par rapport à R.



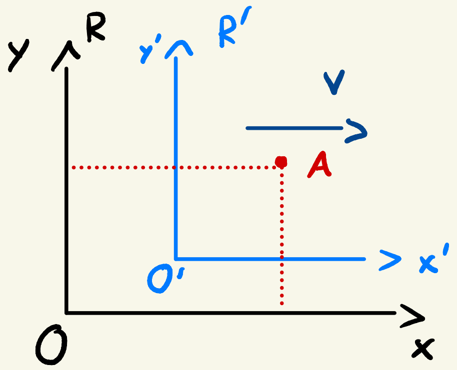
Avec les transformations de Galilée, on peut exprimer la vitesse du photon v_p émit par l'ampoule dans le référentiel R :

$$v_p = v_p' + V$$
$$v_p = c + 0,5c > c$$

Dans R, le photon aurait une vitesse différente de c !

=> Il faut adapter les transformations de Galilée.

Considérons à nouveau les deux repères attachés aux deux référentiels de l'exemple précédent.



Les transformations qui permettent de satisfaire les postulats de la relativité restreinte sont les transformations de Lorentz :

$$R' \to R \quad \begin{cases} x = \gamma (x' + vt') \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma \left(t' + \frac{v}{c^2} x'\right) \end{cases}$$

avec $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

Les transformations inverses sont

$$R \to R' \quad \begin{cases} x' = \gamma (x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma \left(t - \frac{v}{c^2} x\right) \end{cases}$$

Les transformations inverses peuvent être trouvées soit en isolant x' et t' dans les équations des transformations de Lorentz, soit en remarquant que pour R', R se déplace à la vitesse $-v$ et en utilisant les transformations de Lorentz.

Comme exercice, essayons de retrouver certaines les conséquences des postulats de la relativité restreinte avec les transformations de Lorentz.

- Perte de simultanéité :

Soit 2 évènements qui se passent au même moment dans R'. On peut leur associer les coordonnées $(x_1', 0)$ et $(x_2', 0)$. On a choisit $t'=0$. On utilise les transformations de Lorentz $R' \to R$: $t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)$

$$\Rightarrow t_2 - t_1 = \gamma \frac{v}{c^2}(x_2' - x_1')$$

$\Rightarrow$ Si $x_2' \neq x_1'$, les deux évènements ne sont pas simultanés dans R !

② Dilatation du temps :

Considérons deux évènements qui ont lieux au même endroit dans R', mais à 2 instants différents :

$(0, t'_1)$ et $(0, t'_2)$ où on a choisit $x'_1 = x'_2 = 0$.

On utilise à nouveau les transformations de Lorentz R'->R :

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \gamma(t'_2 - t'_1)$$

On retrouve bien la dilatation du temps ($t = \gamma t'$)

③ Contraction des longueurs :

Pour mesurer une longueur, on mesure la distance entre deux points au même instant (simultanément). Un objet au repos dans R' a une longueur ℓ'. Ses deux extrémités ont comme coordonnées $(x'_1, 0)$ et $(x'_2, 0)$ dans R'.

On veut maintenant mesurer sa longueur dans R. On utilise un temps ($t=0$) pour mesurer sa longueur.

On utilise cette fois les transformations de Lorentz $R \rightarrow R'$:

$$x'_A = \gamma(x_A - vt_A) \qquad \text{et } t_A = t_B = 0$$
$$x'_B = \gamma(x_B - vt_B)$$

$$\Rightarrow (x'_B - x'_A) = \gamma(x_B - x_A)$$
$$l' = \gamma l$$
$$\frac{l'}{\gamma} = l \qquad \text{contraction des longueurs}$$

- On peut également utiliser les transformations de Lorentz pour décrire le mouvement relatif des deux référentiels :

pour un observateur dans R', l'origine du repère associé à R ($x=0$) :

$$0 = \gamma(x' + vt')$$

$$\Rightarrow \quad x' = -vt'$$

L'origine du repère s'éloigne avec une vitesse $-v$.

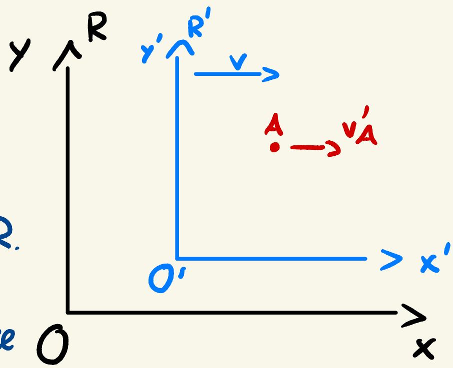
10.2.4. Transformations de Lorentz des vitesses

Addition de vitesses longitudinales (de même direction)

On va dériver dans cette section la règle pour l'addition de vitesses en relativité restreinte.

On considère le référentiel R' qui se déplace avec la vitesse v par rapport au référentiel R.

Un objet se déplace à la vitesse v'_A dans le référentiel R'.



Quelle est la vitesse v_A de l'objet par rapport au référentiel R ?

On va utiliser les transformations de Lorentz pour x et t pour trouver v_A.

On a : $v'_A = \dfrac{\Delta x'}{\Delta t'}$ et on cherche $v_A = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

Des transformations de Lorentz $R' \to R$, on écrit :

$$\Delta x = \gamma\,(\Delta x' + v\,\Delta t') \qquad \text{avec} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$
$$\Delta t = \gamma\,(\Delta t' + \frac{v}{c^2}\,\Delta x')$$

$$\Rightarrow \quad v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x' + v\,\Delta t'}{\Delta t' + \frac{v}{c^2}\,\Delta x'}$$

$$= \frac{\frac{\Delta x'}{\Delta t'} + v}{1 + \frac{v}{c^2}\,\frac{\Delta x'}{\Delta t'}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_A = \frac{v'_A + v}{1 + \frac{v\,v'_A}{c^2}}}$$

Remarques : • On voit bien avec cette formule que le deuxième postulat est respecté. Faisons l'exercice de pensée suivant : le référentiel R' est attaché à une fusée qui se déplace à $v = c$ par rapport à R. Un signal lumineux est émis de la fusée, donc $v'_A = c$.

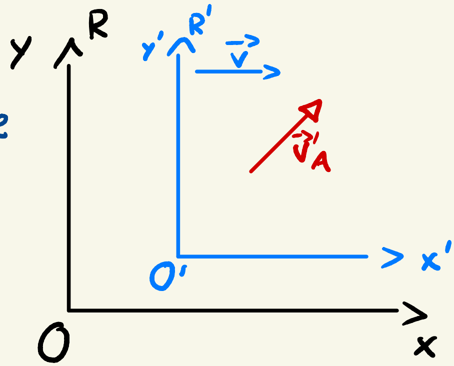
$$v_A = \frac{2c}{1+1} = c$$

La vitesse de la lumière est la même dans chaque référentiel.

Addition de vitesses transverses

Considérons cette fois-ci la situation plus générale où l'objet A à une vitesse selon x, y, z : $\vec{v}_A' = \begin{pmatrix} v'_{A,x} \\ v'_{A,y} \\ v'_{A,z} \end{pmatrix}$.

On considère toujours $\vec{v} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.



La composante de v_A selon x, $v_{A,x}$, subit la même transformation qu'au point précédent :

$$v_{A,x} = \frac{v'_{A,x} + v}{1 + \frac{v'_{A,x} v}{c^2}}$$

Calculons $v_{A,y} = \frac{\Delta y}{\Delta t}$, sachant que $v'_{A,y} = \frac{\Delta y'}{\Delta t'}$ et en utilisant les transformations de Lorentz.

$$\Delta y = \Delta y'$$

$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x'\right)$$

$$\Rightarrow v_{A,y} = \frac{\Delta y'}{\gamma\left(\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x'\right)}$$

$$= \frac{\frac{\Delta y'}{\Delta t'}}{\gamma\left(1 + \frac{v}{c^2}\frac{\Delta x'}{\Delta t'}\right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_{A,y} = \frac{v'_{A,y}}{\gamma\left(1 + \frac{v\, v'_{A,x}}{c^2}\right)}}$$

On procède de la même manière pour $v_{A,z}$.

Transformations de Lorentz pour les vitesses

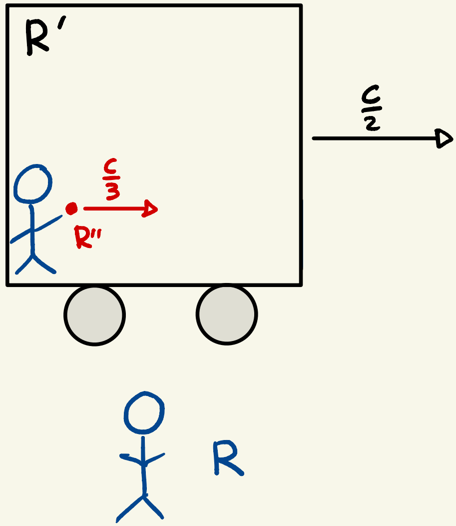
$$v_{A,x} = \frac{v'_{A,x} + v}{1 + \frac{v'_{A,x}\, v}{c^2}}$$

$$v_{A,y} = \frac{v'_{A,y}}{\gamma\left(1 + \frac{v\, v'_{A,x}}{c^2}\right)}$$

$$v_{A,z} = \frac{v'_{A,z}}{\gamma\left(1 + \frac{v\, v'_{A,x}}{c^2}\right)}$$

Exemple :

Un train se déplace à une vitesse $v = \frac{c}{2}$ par rapport à un observateur extérieur. Une balle est lancée de l'extrémité gauche du train avec une vitesse égale à $\frac{c}{3}$. Sa trajectoire est approximée par une ligne droite. La longueur propre du train est L_0.



Quel temps met la balle pour atteindre l'extrémité droite du train dans.

a) le référentiel R' du train

b) le référentiel R de l'observateur externe.

c) le référentiel R'' de la balle

a) Dans le référentiel du train, la balle a une vitesse $v_b' = \frac{c}{3}$ et la longueur du train est sa longueur propre $\Delta x' = L_0$.

Le temps de vol de la balle est donc

$$\boxed{\Delta t'_{vol} = \frac{\Delta x'}{v_b'} = \frac{3L_0}{c}}$$

b) Dans le référentiel R, on peut utiliser la loi d'addition des vitesses, ou les transformations de Lorentz.

1. Loi de transformation des vitesses

vit. de la balle dans R

On a : $$v_b = \frac{v_b' + v}{1 + \frac{v v_b'}{c^2}}$$

$$v_b = \frac{\frac{c}{3} + \frac{c}{2}}{1 + \frac{c^2}{6c^2}} = \frac{5}{7}c$$

La contraction des longueurs nous permet de trouver la longueur du train L, vue par l'observateur extérieur :

$$L = \frac{L'}{\gamma} = \frac{L_0}{\gamma} \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{c^2}{4c^2}}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \quad L = \frac{\sqrt{3}\,L_0}{2}$$

La position de l'avant du train pour l'observateur dans R est :

$$x_{avant} = L + v\Delta t$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2}L_0 + \frac{c}{2}\Delta t$$

La position de la balle pour l'observateur dans R est :

$$x_b = v_b \Delta t$$
$$= \frac{5}{7}c\Delta t$$

Ces deux positions sont égales à $\Delta t = \Delta t_{vol}$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}L_0 + \frac{c}{2}\Delta t_{vol} = \frac{5}{7}c\,\Delta t_{vol}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta t_{vol} = \frac{7L_0}{\sqrt{3}\,c}}$$

2. transformations de Lorentz

Dans R', $x' = L_0$ et $t' = \frac{3L_0}{c}$.

La transformation $t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)$ nous permet de trouver :

$$\Delta t_{vol} = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{3L_0}{c} + \frac{c}{2c^2}L_0\right)$$

$$\boxed{\Delta t_{vol} = \frac{7L_0}{\sqrt{3}\,c}}$$

On retrouve bien le même résultat qu'avec la loi d'addition des vitesses.

C) Dans le référentiel R'' de la balle, le train a une longueur $L'' = \frac{L'}{\gamma_2}$ avec $\gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_b'^2}{c^2}}}$

car pour la balle, le train se déplace à une vitesse $v_b' = \frac{c}{3}$.

On a donc $\gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{9c^2}}} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$

et $L'' = L_0 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Pour la balle, le temps de vol $\Delta t''$ correspond au temps que met le train pour voyager de L'' :

$$\Delta t'' = \frac{L''}{v'_b} = L_0 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{3}{c}$$

$$\boxed{\Delta t'' = 2\sqrt{2}\frac{L_0}{c}}$$